

Geometria e geometrie

Nel 1872 Felix Klein elaborò un programma di ricerca, l'*Erlanger Programm*, in grado di produrre una grande sintesi delle conoscenze geometriche ed integrarle con altri settori della matematica quali la teoria dei gruppi.

Nella prospettiva di Klein una **geometria** consiste nello studio di proprietà di uno spazio che sono invarianti rispetto ad un gruppo di trasformazioni:

- La geometria euclidea si occupa di proprietà che sono invarianti rispetto a *isometrie*, cioè trasformazioni che preservano lunghezze e angoli.
- La geometria affine si occupa di proprietà che sono invarianti per trasformazioni affini. In ambito di geometria affine non ha più senso il concetto di "angolo" o di "lunghezza" e tutti i triangoli sono "equivalenti".
- La geometria proiettiva studia le proprietà che sono invarianti per trasformazioni proiettive, cioè trasformazioni che possono essere ottenute mediante proiezioni. In ambito proiettivo tutte le coniche sono equivalenti potendo essere trasformata l'una nell'altra da una proiezione.
- La **topologia** studia proprietà che sono invarianti per deformazioni continue. Dal punto di vista topologico una tazza ed una ciambella diventano equivalenti potendo essere deformate l'una nell'altra ma rimangono distinte da una sfera che non può essere "bucata" senza una trasformazione discontinua.