

STEREOMETRIA

Concetti primitivi: SPAZIO, PIANO, RETTA e PUNTO

ASSIOMI

A₁) ASSIOMA DI APPARTENENZA DELLA RETTA

Esistono sottoinsiemi propri infiniti dello spazio, detti rette, tali che per ogni coppia di punti distinti, A e B , esiste una e una sola retta che li contiene.

A₂) ASSIOMA DELL'ORDINE

Ogni retta è dotata di due versi naturali, uno opposto all'altro, rispetto ai quali è aperta, densa e illimitata

A₃) ASSIOMA DI APPARTENENZA DEL PIANO

Esistono sottoinsiemi propri infiniti dello spazio, detti piani che godono delle seguenti proprietà:

- Per ogni terna di punti non allineati dello spazio esiste uno e un solo piano che li contiene
- Se una retta ha due punti in comune con un piano, essa è inclusa nel piano

A₄) ASSIOMA DI PARTIZIONE DEL PIANO

Ogni retta r di un piano divide l'insieme degli altri suoi punti in due parti non vuote tali che:

- Se i punti A e B appartengono a parti opposte, allora il segmento AB taglia la retta r in un punto
- Se i punti C e D appartengono alla stessa parte, allora anche il segmento CD è incluso in questa

A₅) ASSIOMA DI PARTIZIONE DELLO SPAZIO

Ogni piano α dello spazio divide l'insieme degli altri suoi punti in due parti non vuote tali che:

- Se i punti A e B appartengono a parti opposte, allora il segmento AB taglia il piano α in un punto
- Se i punti C e D appartengono alla stessa parte, allora anche il segmento CD è incluso in questa

POSIZIONI RECIPROCHE DI DUE RETTE NELLO SPAZIO

- RETTE INCIDENTI
- RETTE PARALLELE
- RETTE SGHEMME

POSIZIONI RECIPROCHE DI UNA RETTA E DI UN PIANO NELLO SPAZIO

- RETTA GIACENTE SUL PIANO
- RETTA INCIDENTE (O SECANTE) AL PIANO
- RETTA SENZA ALCUN PUNTO IN COMUNE CON IL PIANO

POSIZIONI RECIPROCHE DI DUE PIANI NELLO SPAZIO

- PIANI COINCIDENTI
- PIANI INCIDENTI (O SECANTI)
- PIANI PARALLELI

STELLE E FASCI

- FASCIO DI RETTE
- STELLA DI RETTE
- FASCIO DI PIANI

PERPENDICOLARITA' TRA RETTA E PIANO

teo: Se ad una retta r , per un suo punto P , si conducono due rette perpendicolari a, b , allora risulta perpendicolare ad r anche ogni altra retta che passa per P e giace sul piano α individuato dalle rette a, b

teorema delle tre perpendicolari)

Se dal piede di una perpendicolare ad un piano α si conduce la perpendicolare ad una qualsiasi retta r del piano α , quest'ultima retta risulta perpendicolare al piano individuato dalle prime due rette

PARALLELISMO NELLO SPAZIO

Assioma delle parallele (assioma di Euclide):

Nello spazio Σ esiste una e una sola retta che passa per un punto ed è parallela ad una retta data.

teo: Date due rette sghembe esiste una e una sola retta perpendicolare ad entrambe e la distanza tra i punti in cui tale retta taglia le due rette date è la minima distanza tra i punti dell'una e i punti dell'altra (si **def distanza tra le rette**)

Assioma dei piani paralleli (assioma di Euclide):

Nello spazio Σ esiste uno e un solo piano che passa per un punto ed è parallelo a un piano dato.

teorema di Talete:

Un fascio di piani paralleli determina su due trasversali qualunque, segmenti proporzionali

VOLUME DI SOLIDI

Per tale calcolo ci si basa su due principi:

1. Due solidi sono **equivalenti** se sono **equiscomponibili**, cioè se sono scomponibili in uno stesso numero finito di parti rispettivamente congruenti .
2. Due solidi sono **equivalenti** se possono essere collocati rispetto a un piano in modo che ogni altro piano ad esso parallelo determini su di esso sezioni equivalenti (**principio di Cavalieri**)

teo: Un prisma triangolare è equivalente al triplo di una piramide avente base e altezza congruenti a quelle del prisma

teo: Una semisfera di raggio r è equivalente a un cilindro di raggio e altezza uguali a r privato di un cono di raggio e altezza uguale a r (SCODELLA DI GALILEO)