

## ESERCIZI SULLE MATRICI

1. Date le matrici  $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$  e  $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ , determina la matrice  $X$  tale che  
 $A + X = 2B$   $\langle [0 \ 2 \ ; -1 \ 7] \rangle$

2. Date le matrici  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & -2 \end{bmatrix}$  e  $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ , determina la matrice  $X$  tale  
 che  $A_T + X = 2B$   $\langle [-3 \ 0 \ 5 \ ; 2 \ -7 \ 3 \ ; -1 \ -2 \ 4] \rangle$

3. Data la matrice  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 2 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}$  determina, se esiste, la matrice  $B$  quadrata di  
 ordine 2 in modo che sia  $A \cdot B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 12 \\ 0 & -12 \end{bmatrix}$   $\langle [1 \ -2 \ ; 0 \ 3] \rangle$

4. Date le matrici  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$  e  $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ , determina la matrice  $X$  tale che  
 $A \cdot X = B$   $\langle [1 \ 1 \ ; 2 \ 1 \ ; 0 \ -\frac{1}{2}] \rangle$

**Calcola il prodotto delle seguenti matrici**

5.  $\begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & -4 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$   $\begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & -4 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 5 & 2 \\ -1 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$   
 $[ [-3 \ -5 \ 4 \ ; -6 \ 15 \ 13 \ ; 5 \ 5 \ 0] \quad [-4 \ -3 \ 4 \ ; -3 \ 16 \ -7 \ ; 6 \ 5 \ 10] ]$

6.  $\begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & -4 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 5 & 3 \\ -1 & -2 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$   $\begin{bmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & -4 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$   
 $[ [-3 \ -9 \ 3 \ ; -2 \ 13 \ 16 \ ; 3 \ 5 \ 1] \quad [-4 \ -10 \ 2 \ ; -4 \ 15 \ 7 \ ; 7 \ 5 \ -1] ]$

$$7. \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & -4 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -4 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$[ [-1 -5 3; -7 15 16; 7 15 4] \quad [-1 -3 3; -7 11 11; 3 5 1] ]$$

$$8. \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 3 & 3 & -2 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & -4 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ -1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[ [-3 -6 5; -10 13 17; 3 7 0] \quad [-2 -3 1; -1 -8 6; 3 13 4] ]$$

$$9. \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 4 & 0 \\ 1 & 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$[ [6 6 3 4; 6 17 8 4; 3 8 5 5; 4 4 5 10] \quad [1 5 3 5; 2 9 8 6; 3 14 11 11; 1 9 13 6] ]$$

$$10. \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 5 & 2 \end{bmatrix} \quad 12) \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[ [5 12 20 7 | 1 0 -2 -1 | 2 7 15 5] \quad [5 6 4 -2 | 0 2 4 6 | 7 13 7 9] ]$$

**Calcola il determinante delle seguenti matrici**

$$11. \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & -4 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad [ -22 | 25 ]$$

$$12. \begin{bmatrix} 2 & 5 & 2 \\ -1 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix} \quad 1 \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & 3 \\ -1 & -2 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad [ 54 | 18 ]$$

$$13. \begin{bmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & -4 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & -4 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad [ -20 | -46 ]$$

$$14. \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -4 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad [-14 \mid 20]$$

$$15. \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ -1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & 4 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad [-15 \mid 0]$$

$$16. \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & 4 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad [31 \mid -43]$$

$$17. \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \end{bmatrix} \quad [80 \mid 36]$$

$$18. \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & 3 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 3 & 3 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & -1 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad [2 \mid 0]$$

**Risolvi le seguenti equazioni**

$$19. \begin{vmatrix} x & x+1 \\ 2 & x-1 \end{vmatrix} = 0 \quad \begin{vmatrix} \frac{2}{x} & x \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 2 \quad \left[ \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}; -4\sqrt{2} \right]$$

$$20. \begin{vmatrix} 1 & 0 & k \\ k-1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 10 \quad \begin{vmatrix} 2k & 0 & 1 \\ k+1 & 0 & 2k-1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = \frac{3}{2} \quad \left[ -1\sqrt{8}; \frac{1}{4}\sqrt{\frac{1}{2}} \right]$$

$$21. \begin{vmatrix} x & x & 1 \\ 1 & x & x \\ x & 1 & x \end{vmatrix} = 0 \quad \begin{vmatrix} 1 & 4 & 16 \\ 1 & x & x^2 \\ 1 & 3 & 9 \end{vmatrix} = 0 \quad \left[ -\frac{1}{2}\sqrt{1}; 3\sqrt{4} \right]$$

22. Determina per quali valori del parametro  $k$  la matrice  $P$  è invertibile

$$P = \begin{bmatrix} k & 2 & 1 \\ 2k & 5 & k \\ 0 & 1 & k+2 \end{bmatrix} \quad [k \neq 0]$$

23. Determina per quali valori del parametro  $k$  la matrice  $Q$  non è invertibile

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & k & 0 \\ k-2 & 0 & k \end{bmatrix} \quad [k=0 \vee k=1]$$

**Determina, quando è possibile, l'inversa delle seguenti matrici**

24.  $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$   $\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$   $\left[ \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} -3/17 & 4/17 \\ 2/17 & 3/17 \end{bmatrix} \right]$

25.  $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$   $\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$   $\left[ \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} -3/17 & 4/17 \\ 2/17 & 3/17 \end{bmatrix} \right]$

26.  $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$   $\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$   $\left[ \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} -3/17 & 4/17 \\ 2/17 & 3/17 \end{bmatrix} \right]$

27.  $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$   $\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$   $\left[ \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} -3/17 & 4/17 \\ 2/17 & 3/17 \end{bmatrix} \right]$

28.  $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$   $\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$   $\left[ \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} -3/17 & 4/17 \\ 2/17 & 3/17 \end{bmatrix} \right]$

29.  $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$   $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 \\ -1 & -1 & 5 \\ 2 & 7 & -3 \end{bmatrix}$   $\left[ \text{non esiste}; \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -32 & -22 & 6 \\ 7 & 5 & -1 \\ -5 & -3 & 1 \end{bmatrix} \right]$

30.  $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}$   $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$   $\left[ \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \\ 4 & -2 & 1 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right]$

31.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 8 \end{bmatrix}$   $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -2 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 6 \end{bmatrix}$   $\left[ \begin{bmatrix} -11 & 2 & 2 \\ -4 & 0 & 1 \\ 6 & -1 & -1 \end{bmatrix}; \frac{1}{44} \begin{bmatrix} 19 & -14 & -1 \\ 27 & -6 & -13 \\ -16 & 8 & 10 \end{bmatrix} \right]$