

QUESITO MATEMATICO

SOLUZIONE DEL QUESITO DI OTTOBRE:

La situazione descritta dal problema è rappresentata in figura (ovviamente non in scala)



A e B sono i punti in cui si trovano le due tane, M è il punto a metà tra le due tane, T e G sono le posizioni iniziali rispettivamente del topo e del gatto.

La relazione che lega lo spazio percorso alla velocità, costante per entrambi gli animali, è $d = vt$, con t tempo misurato a partire dall'istante in cui il gatto è a 3 Km di distanza dal topo. Quindi $t = \frac{d}{v}$.

Pongo $\overline{AB} = 2x$ la distanza tra le tane. La distanza iniziale del gatto dalla tana più vicina al topo è $\overline{GB} = 3000$. Da notare che le distanze sono espresse in metri e l'unità di misura è sottintesa.

Inoltre $\overline{AT} = x + 5$; $\overline{TB} = x - 5$.

Il tempo che impiegano entrambi gli animali per raggiungere la tana è lo stesso, sia che il topo si diriga verso la tana A che verso B.

Se il topo si dirige verso A, indicata con v_t la velocità del topo e v_g la velocità del gatto, si ha che il tempo impiegato è

$$t_t : \text{Tempo impiegato dal topo}; \quad t_t = \frac{\overline{AT}}{v_t} = \frac{5+x}{v_t}$$
$$t_g : \text{Tempo impiegato dal gatto}; \quad t_g = \frac{\overline{AG}}{v_g} = \frac{3000+2x}{v_g}$$

$$\text{poiché } t_g = t_t \quad \text{si ha} \quad \frac{5+x}{v_t} = \frac{3000+2x}{v_g} \quad (1)$$

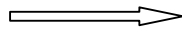
Se il topo si dirige verso B,

$$t'_t : \text{Tempo impiegato dal topo}; \quad t'_t = \frac{\overline{BT}}{v_t} = \frac{x-5}{v_t}$$
$$t'_g : \text{Tempo impiegato dal gatto}; \quad t'_g = \frac{\overline{BG}}{v_g} = \frac{3000}{v_g}$$

$$\text{poiché } t'_g = t'_t \quad \text{si ha} \quad \frac{x-5}{v_t} = \frac{3000}{v_g} \quad (2)$$

Da (1) e (2) si può isolare il rapporto $\frac{v_t}{v_g}$, che dipende solo da x

$$(1) \quad \frac{v_t}{v_g} = \frac{x+5}{3000+2x}$$



$$\frac{x+5}{3000+2x} = \frac{x-5}{3000} \quad (3)$$

$$(2) \quad \frac{v_t}{v_g} = \frac{x-5}{3000}$$

La (3) è un'equazione razionale fratta in una sola incognita.

Facendo in denominatore comune e svolgendo poi i calcoli si ottiene l'equazione di secondo grado:

$$2x^2 - 10x - 30000 = 0 \quad \longleftrightarrow \quad x^2 - 5x - 15000 = 0$$

Le cui soluzioni sono $x = 125$ e $x = -120$.

La soluzione negativa non è accettabile essendo x una lunghezza.

La distanza tra le due tane è quindi $\overline{AB} = 2x = 250 \text{ m}$.

NOTA ad alcune delle risoluzioni inviate:

per giustificare che gatto e topolino si muovono su di una retta bastava fare riferimento a 'velocità costante': considerando la velocità un vettore, può essere costante solo in un moto rettilineo.

Anche considerando costante solo il modulo della velocità ed il moto su di un percorso non rettilineo, il quesito si poteva risolvere utilizzando le stesse relazioni.